

**VALENCIA 2009**
TRIBUNAL V3

1.
 - a) Demuestra que hay infinitos números primos
 - b) Sea m un número natural. Demuestra que si 2^m+1 es primo mayor que 3, entonces m ha de ser necesariamente par.
 - c) Sea n un número entero positivo. Demuestra que n^4+4 no es primo sólo si n es distinto de 1.
 - d) Halla los números p , tales que $p, (p+2), (p+4), (p+6), (p+8), (p+10), (p+12), (p+14)$ son todos primos
2. Un punto (a, b) se distribuye uniformemente en un cuadrado de tamaño $[0,1] \times [0,1]$. Sea la ecuación algebraica $\frac{x^3}{3} - ax^2 + b = 0$. Indica el número esperado de raíces reales de la ecuación.
3. De un trapecio se dan en posición y magnitud el valor de la base $AB = a$, y la diagonal $AC=d$. Calcula el valor de la otra base para que la suma de las áreas de los triángulos que se forman con las bases y las diagonales del trapecio sea mínima.
4. Resuelve la integral
$$\int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(9-x)}}{\sqrt{\ln(9-x)} + \sqrt{\ln(3+x)}} dx$$